

Ex. 2.67

23 de novembro de 2020 16:38

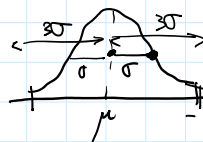
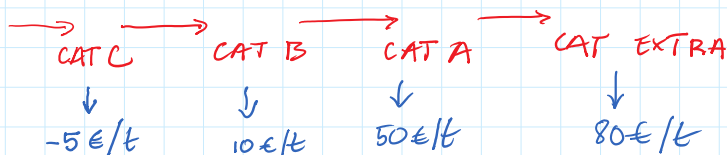
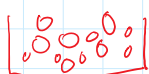
2.67. Um grossista de distribuição de fruta recebe do produtor pêssegos de quatro categorias: extra, A, B e C. Da experiência anterior, sabe-se que o diâmetro de um pêssego é uma variável aleatória com distribuição aproximadamente normal de média 64 mm e desvio padrão 3 mm. A classificação do referido fruto em função do seu diâmetro é a seguinte:

Categoria	Diâmetro (X) em mm
C	$X \leq 60$
B	$60 < X \leq 65$
A	$65 < X \leq 70$
Extra	$X > 70$

Atendendo aos custos de armazenamento e de distribuição, admite-se que o lucro líquido por tonelada é de 80 euros para a categoria extra, 50 euros para a categoria A, 10 euros para a categoria B e -5 euros para a categoria C.

Qual o lucro líquido esperado de um fornecimento constituído por uma tonelada de pêssegos?

Screen clipping taken: 23/11/2020 16:39



X v.a. DIÂMETRO EM mm ; $X \sim N(\mu=64, \sigma=3)$

Y v.a. LUCRO (€/t) - v.a. DISCRETA

y_i	-5	10	50	80
$P_i = P(Y=y_i)$	$P(X \leq 60)$ CAT. C = 0.0917	$P(60 < X \leq 65)$ CAT. B = 0.5376	$P(65 < X \leq 70)$ CAT. A = 0.348	$P(X > 70)$ CAT. EXTRA = 0.0228

$\sum p_i = 1$

PEDE-SE $E[Y] = \sum y_i p_i = -5 \times 0.0917 + 10 \times 0.5376 + 50 \times 0.348 + 80 \times 0.0228 = 24.1 \text{ €/t}$

CA: $X \sim N(\mu=64, \sigma=3)$

$$P(X \leq 60) = P\left(\frac{X - 64}{3} \leq \frac{60 - 64}{3}\right) = \Phi\left(-\frac{4}{3}\right) = \Phi(-1.33) = 1 - \Phi(1.33) = 1 - 0.90824 = 0.0917$$

$$P(60 < X \leq 65) = P(X \leq 65) - P(X \leq 60) = \Phi\left(\frac{65 - 64}{3}\right) - \Phi\left(\frac{60 - 64}{3}\right) = \Phi(0.33) - \Phi(-1.33) = 0.6293 - 0.0917 = 0.5376$$

$$P(65 < X \leq 70) = \Phi\left(\frac{70 - 64}{3}\right) - \Phi\left(\frac{65 - 64}{3}\right) = \Phi(2) - \Phi(0.33) = 0.9773 - 0.6293 = 0.348$$

$$P(X > 70) = 1 - P(X \leq 70) = 1 - \Phi(2) = 1 - 0.9773 = 0.0228$$

USA-SE A PROPRIEDADE ABAIXO, QUE APLICA A QUALQUER V.A., DISCRETA OU CONTÍNUA:

• $P(a < X \leq b) = P(X \leq b) - P(X \leq a) = F(b) - F(a)$;